

2026年 冬期講習

中2数学



氏名

Point ① 順列

- **和の法則**……ことがら A の起こり方が a 通りあり、ことがら B の起こり方が b 通りあって、A と B は同時には起こらないとき、A、B のいずれかが起こる場合の数は $a+b$ 通りである。

* 3 つ以上のことがらについても、同じようなことが成り立つ。

- 例 大小 2 つのさいころを同時に投げるとき、目の数の和が 6 の倍数になる場合の数

- (i) 和が 6 になる場合…(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1) の 5 通り
 (ii) 和が 12 になる場合…(6, 6) の 1 通り
 (iii) 和が 6 の倍数になる場合… $5+1=6$ (通り)

- **積の法則**……ことがら A の起こり方が a 通りあり、それぞれの場合に対して、ことがら B の起こり方が b 通りあるとき、A、B がともに起こる場合の数は ab 通りである。

* 3 つ以上のことがらについても、同じようなことが成り立つ。

- 例 4 種類のパンと 3 種類の飲み物からそれぞれ 1 種類ずつ選ぶときの選び方の総数

- (i) パンの選び方…4 通り
 (ii) 飲み物の選び方…3 通り



→ パンと飲み物の選び方… $4 \times 3 = 12$ (通り)

- **順列**……いくつかのものに順序をつけて並べたものを順列という。一般に、 n 個の異なるものから r 個の異なるものを取り出してつくった順列を、 n 個から r 個とった順列といい、その順列の総数を ${}_nP_r$ で表す。P は順列を表す Permutation の頭文字である。

$${}_nP_r = \underbrace{n(n-1)(n-2) \cdots (n-r+1)}_{r \text{ 個}}$$

- 例 8 人のリレー選手から、第一走者から第四走者までの 4 人を選ぶ場合の数

→ 8 個から 4 個とった順列の総数であるから、 ${}_8P_4 = 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 1680$ (通り)

確認問題 ① 次の問いに答えなさい。

- (1) 5 個の数字 1, 2, 3, 4, 5 から異なる 4 個を取り出して左から並べ、4 けたの整数をつくるとき、全部で何個できるか求めなさい。
- (2) 5 個の数字 0, 1, 2, 3, 4 から異なる数字を取り出して左から並べ、整数をつくる。
- ① 2 けたの整数は何個できるか求めなさい。
- ② 3 けたの整数は何個できるか求めなさい。
- (3) A, B, C, D, E, F の 6 人を横一列に並べる。A が左端、B が右端となるような並べ方は何通りあるか求めなさい。また、A と B がとなり合うような並べ方は何通りあるか求めなさい。

Point ② いろいろな順列

● **重複順列**……同じものを繰り返し使ってもよい場合の順列を重複順列という。一般に n 個のものから、同じものを何度使ってもよいとして、 r 個を取り出して一列に並べたもの (n 個から r 個とった重複順列という) の総数は、 n^r となる。

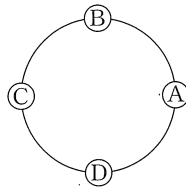
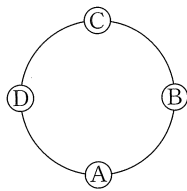
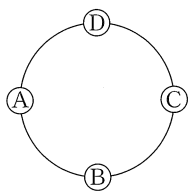
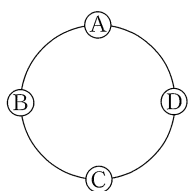
【例】 4 個の数字 1, 2, 3, 4 を、同じ数字を何回使ってもよいとしてできる 3 けたの整数

→ 百の位に使う数字は 1 ~ 4 の 4 通り、十の位に使う数字、一の位に使う数字も同じく 4 通りだから、 $4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$ (個)

● **円順列**……一般に、 n 個の異なるものを円形に並べたものを、 n 個のものの円順列という。異なる n 個のものの円順列の総数は $\frac{n!}{n}$ となる。

【例】 A, B, C, D の 4 人が手をつないで輪をつくる方法

→ 次に示す 4 つの輪は、いずれも同じものと考えられる。



→ 4 人が一列に並ぶ順列の数は ${}_4P_4$ で、両端をつないで輪をつくると、4 通りずつの並び方が一致するから、 $\frac{{}_4P_4}{4} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{4} = 3 \times 2 \times 1 = 6$ (通り)

* 円順列は、1 つのものを固定して、それ以外のものを並べる順列の数と同じであるから、 ${}_{n-1}P_{n-1}$ と同じことになる。

確認問題 2 次の問いに答えなさい。

□(1) 5 個の数字 1, 2, 3, 4, 5 を使って 3 けたの整数はいくつできるか。ただし、同じ数字を何回使ってもよいものとする。

□(2) 4 個の数字 0, 1, 2, 3 を使って整数をつくる。ただし、同じ数字を何回使ってもよいものとする。

□① 3 けたの整数はいくつできるか求めなさい。

□② 4 けたの整数はいくつできるか求めなさい。

□(3) 5 人が円卓のまわりにすわる方法は何通りあるか求めなさい。

□(4) 男子 2 人、女子 4 人が円卓のまわりにすわる。

□① すわり方は何通りあるか求めなさい。

□② 男子 2 人がとなり合うすわり方は何通りあるか求めなさい。

Point ③ 組合せ

● **組合せ**……いくつかのものから、並べる順序は問題にしないで、その一部を取り出す取り出し方を組合せという。一般に、 n 個の異なるものから r 個の異なるものを取り出してつくった組合せを、 n 個から r 個とった組合せといい、その組合せの総数を ${}_nC_r$ で表す。C は組合せを表す Combination の頭文字である。

$${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{{}_rP_r}$$

例 20 人の中から 4 人の代表を選ぶときの選び方の総数

→ 取り出した 1 つの組合せを (A, B, C, D) とすると、この 4 人の順列の総数は ${}_4P_4$ である。組合せ 1 つ 1 つに対して、同じ数ずつの順列が考えられるから、20 から 4 をとった順列の総数 ${}_{20}P_4$ と 20 から 4 をとった組合せの総数 ${}_{20}C_4$ の間には、次の等式が成り立つ。

$${}_{20}P_4 = {}_{20}C_4 \times {}_4P_4, \text{ したがって, } {}_{20}C_4 = \frac{{}_{20}P_4}{{}_4P_4} = \frac{20 \times 19 \times 18 \times 17}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 4845 \text{ (通り)}$$

確認問題 3 次の問いに答えなさい。

□(1) 20 人の中から 4 人の代表を選ぶとき、特定の 1 人が選ばれる場合は何通りあるか求めなさい。

□(2) 円周上に異なる 8 個の点がある。

□① これら 8 個の点のうち、2 点を結ぶ弦は何本ひけるか求めなさい。

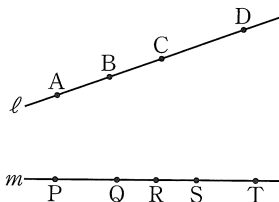
□② これら 8 個の点のうち、3 点を頂点とする三角形はいくつできるか求めなさい。

□(3) 図のように、直線 ℓ 上に 4 点 A ~ D、直線 m 上に 5 点 P ~ T がある。

□① 直線 ℓ 上の 4 点から 2 点を選ぶ方法は何通りあるか求めなさい。

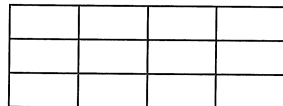
□② 直線 m 上の 5 点から 2 点を選ぶ方法は何通りあるか求めなさい。

□③ 9 点のうち、4 点を結ぶ四角形はいくつできるか求めなさい。



□(4) 男子 8 人、女子 10 人の中から、男子 2 人、女子 3 人の合計 5 人の代表を選ぶ方法は何通りあるか求めなさい。

□(5) 図の中にある長方形の総数を求めなさい。



□(6) 8 人の生徒を 2 つの部屋 A, B に 4 人ずつ入れる方法は何通りあるか求めなさい。

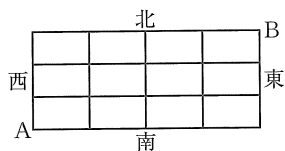
□(7) 8 人の生徒を 4 人ずつ 2 つの組に分ける方法は何通りあるか求めなさい。

□(8) 6 人の生徒を 2 人ずつ 3 つの組に分ける方法は何通りあるか求めなさい。

Point 4

組合せの応用

例題 図のような道がある。これらの道を通して A 地点から B 地点へ行く最短の経路の総数を求めなさい。



解き方 この道で、東へ 1 区画進むことを e、北へ 1 区画進むことを n と表すと、 $n e e n e n e$ のように、4 個の e と 3 個の n を一列に並べた順列で表すことができる。

(i) この順列は、 $\square\square\square\square\square\square\square$ のような 7 個の場所に 4 個の e と 3 個の n を 1 つずつ入れて得られる。したがって、7 個から e の入る 4 個の場所を決めれば、残り 3 個の場所に n が入ることになる。

(ii) 7 個から 4 個をとる組合せの総数 ${}_7C_4 = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 35$ (通り)

答 35 通り

例題 $a + b + c + d = 12$ となるような自然数 a, b, c, d の値の組は何組あるか求めなさい。

解き方 12 個のものを 4 つに分割する方法を考えればよい。

(i) 12 個の $\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc$ に、区切りの線を 3 つ入れれば、4 つに分割できる。

(ii) 区切りが入れられる箇所は 11 箇所あるから、11 個から 3 個とる組合せの総数になる

$$\rightarrow {}_{11}C_3 = \frac{11 \times 10 \times 9}{3 \times 2 \times 1} = 165 \text{ (組)}$$

答 165 組

確認問題 4 次の問いに答えなさい。

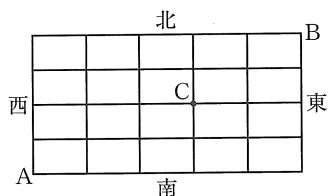
□(1) 1, 1, 2, 2, 2 の 5 個の数字を一列に並べてできる 5 けたの整数は、全部で何通りあるか求めなさい。

□(2) 図のような道がある。これらの道を通して A 地点から B 地点まで、最短経路で行く場合を考える。

□① 道順は全部で何通りあるか求めなさい。

□② A 地点から C 地点を経て B 地点へ行く方法は何通りあるか求めなさい。

□③ A 地点から C 地点を通らずに B 地点へ行く方法は何通りあるか求めなさい。



□(3) 1 枚の硬貨を 7 回投げるとき、表が 3 回出る場合は何通りあるか求めなさい。

□(4) 10 個のみかんを兄弟 3 人で分ける方法は何通りあるか求めなさい。ただし、全員が少なくとも 1 個はもらうものとする。

□(5) $a + b + c = 8$ となる自然数 a, b, c の値の組は全部で何組あるか求めなさい。

発展問題

1 次の問いに答えなさい。

□(1) 大小2個のさいころを投げるとき、次の場合はそれぞれ何通りあるか求めなさい。

□① どちらも偶数の目が出る場合

□② どちらも奇数の目が出る場合

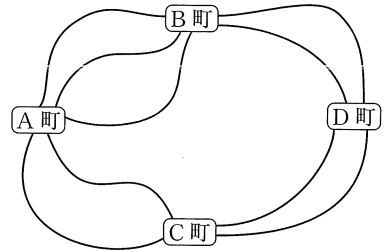
□③ 目の和が偶数になる場合

□④ 目の積が偶数になる場合

□(2) 図のような道でつながれている4つの町 A, B, C, Dがあり、A町から同じ町を2度通らないようにD町まで行くものとする。

□① A町からB町を経てD町に行く方法は何通りあるか求めなさい。

□② A町からD町へ行く方法は何通りあるか求めなさい。



□(3) 1組52枚のトランプから続けて3枚抜き出して並べるとき、次の場合は何通りあるか求めなさい。

□① 3枚ともスペードである場合

□② 3枚とも絵札(ジャック, クイーン, キングのいずれか)である場合

2 次の問いに答えなさい。

□(1) 6個の数字0, 1, 2, 3, 4, 5を使って3けたの整数をつくる。

□① 同じ数字を何回使ってもよいとすると、何個できるか求めなさい。

□② ①のうち、すべてのけたが異なる数からできているものの個数を求めなさい。

□(2) 男子10人、女子8人の18人の部員から、部長と副部長を選ぶ方法を考える。

□① 選び方は全部で何通りあるか求めなさい。

□② 男女が1人ずつ選ばれる場合は何通りあるか求めなさい。

□(3) 男子4人、女子4人が円卓のまわりにすわる。

□① すわり方は何通りあるか求めなさい。

□② 男女が交互に並ぶすわり方は何通りあるか求めなさい。

3 次の問いに答えなさい。

☐ (1) 男子 12 人, 女子 14 人, 合計 26 人のクラスがある。

☐ ① 女子から代表を 3 人選ぶ方法は何通りか求めなさい。

☐ ② クラス全体から代表を 3 人選ぶ方法は何通りか求めなさい。

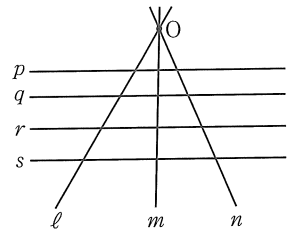
☐ ③ クラス全体から代表を 3 人選ぶとき, 少なくとも 1 人は男子である場合は何通りか求めなさい。

☐ (2) あるハンバーガー店では, ハンバーガーを 8 種類, 飲み物を 10 種類売っている。この店で, ハンバーガーを 3 種類と飲み物を 2 種類買うとき, その買い方は何通りあるか求めなさい。

☐ (3) 図のように, 点 O を通る 3 本の直線 ℓ, m, n に, 4 本の平行線 p, q, r, s が交わっている。

☐ ① 図の中に三角形は何個あるか求めなさい。

☐ ② 図の中に四角形は何個あるか求めなさい。



☐ (4) 1 から 10 までの整数から異なる 3 個の数を選ぶとき, 次の場合の数を求めなさい。

☐ ① 3 つの数がすべて偶数となる場合

☐ ② 3 つの数の積が奇数となる場合

☐ ③ 3 つの数のうち, 2 つが偶数, 1 つが奇数となる場合

4 次の問いに答えなさい。

☐ (1) a, a, a, b, b, b, b の 7 個の文字を並べてできる文字列は全部で何通りあるか求めなさい。

☐ (2) 12 人が 5 人乗り, 4 人乗り, 3 人乗りの乗用車に分かれて乗る。

☐ ① 5 人乗りの乗用車に乗る 5 人を選ぶ方法は何通りあるか求めなさい。

☐ ② 12 人が分乗する方法は何通りあるか求めなさい。

☐ ③ ある特定の 2 人が同じ乗用車に乗る方法は何通りあるか求めなさい。

☐ (3) 20 を自然数の和で表す方法を考える。1 + 19 と 19 + 1 は別のものとする。

☐ ① 2 つの自然数の和で表す方法は何通りか求めなさい。

☐ ② 2 つ以上 4 つ以下の自然数の和で表す方法は何通りか求めなさい。

章末問題 ①

レベル1

★ ① 次の問いに答えよ。

□(1) 3個の数字2, 3, 4を並べて3桁の整数をつくる。このとき、できる整数の総和はいくつになるか。

□(2) 3人の子どもA, B, Cに6本の異なる鉛筆を2本ずつ分ける方法は、全部で何通りあるか。

[日大習志野高]

□(3) 10円硬貨2枚, 50円硬貨3枚, 100円硬貨1枚の一部または全部を使って支払うことができる金額は全部で何通りあるか求めよ。

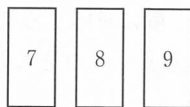
[法政大学高]

★ ② 1から6までの整数が1つずつ書かれた6枚のカードがある。この中から3枚を続けてひき、書かれた数をひいた順に a, b, c とする。このとき、次の問いに答えよ。

□(1) $a < b < c$ となるのは何通りあるか。

□(2) $a + b + c = 10$ となるのは何通りあるか。

考 ③ 右の図のように7, 8, 9の書かれた縦長の長方形のカードが1枚ずつ計3枚ある。これらをすべて裏返しにし、よくかきまぜてからカードを選び、長い辺が縦になるように置いてから、カードをおもてにして数字を読む。ただし、数字が上下逆になったとき、7は数字として扱わず、8は8として扱い、9は6として扱うものとする。以下の問いに答えよ。



[慶應義塾女子高]

□(1) カードを1枚だけ選んで、それをおもてにしたとき6である確率と、8である確率をそれぞれ求めなさい。

□(2) カードを2枚選んで横に並べて、おもてにしたとき2桁の整数が作れる確率を求めよ。

④ 右の図のように、9つの小さな正方形の中に3個の碁石が置いてあり、碁石の置いていない正方形には、1から6までの番号がつけてある。また、袋の中には、1から6までの数字を書いた碁石が1個ずつ入っている。

●	1	2
3	●	4
5	●	6



いま、袋から碁石を1個ずつ取り出し、碁石に書いてある数字と同じ番号の正方形にその碁石を置いていく。このとき、次の問いに答えよ。

ただし、取り出した碁石はもとにもどさないものとする。

□(1) 最初に取り出した碁石で、縦、横、ななめのいずれかの方向に碁石が3つならぶ確率を求めよ。

★ □(2) 2番目に取り出した碁石で、はじめて縦、横、ななめのいずれかの方向に碁石が3つならぶ確率を求めよ。ただし、同時に2つの方向にならんでもよい。

章末問題 ②

レベル2

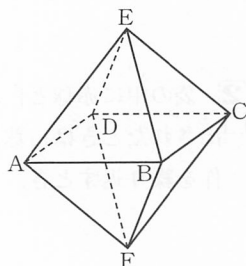
1 1, 2, 3, …, 20の20個の整数から3個の異なる数を選んでつくる組み合わせを考える。次の問いに答えよ。 [白陵高]

☐ (1) 3個の数の積が2の倍数になる組み合わせは何通りあるか。

★ ☐ (2) 3個の数の積が4の倍数になる組み合わせは何通りあるか。

★ 2 次の文章の空欄にあてはまる値を答えよ。

☐ 図のような正八面体がある。点Aから点Bまで正八面体の辺を通して移動するとき、同じ頂点を2回通らない移動の仕方を考える。このうち、点Aを出発して最初に点Dを通るような移動の仕方は⁷ 通りあり、最初に点Eを通るような移動の仕方は⁴ 通りある。そして、点Aから点Bへの移動の仕方は全部で⁷ 通りある。 [開成高]



★ 3 ボタンを押すたびに色の異なる電球が点灯する装置A, Bがある。Aは青, 赤の順にくり返して電球が点灯し, Bは青, 黄, 赤の順にくり返して電球が点灯する。A, Bともに青の電球が点灯しているとき, 大, 小2つのさいころを同時に1回投げ, 大きいさいころの出た目の数と同じ回数だけAのボタンを, 小さいさいころの出た目の数と同じ回数だけBのボタンを押すことにする。

[例] 大きいさいころの出た目の数が2, 小さいさいころの出た目の数が4のとき,

A: 青 $\xrightarrow{1\text{回目}}$ 赤 $\xrightarrow{2\text{回目}}$ 青 B: 青 $\xrightarrow{1\text{回目}}$ 黄 $\xrightarrow{2\text{回目}}$ 赤 $\xrightarrow{3\text{回目}}$ 青 $\xrightarrow{4\text{回目}}$ 黄

となり, Aは青の電球が点灯し, Bは黄の電球が点灯する。

いま, A, Bともに青の電球が点灯している状態で, 大, 小2つのさいころを同時に1回投げるとき, 次の問いに答えよ。 [神奈川県]

☐ (1) A, Bともに赤の電球が点灯する確率を求めよ。

☐ (2) A, Bに異なる色の電球が点灯する確率を求めよ。

★ 4 太郎さんは, 朝食にパンかご飯を食べている。あるとき, コインを投げて表が出たらパンを, 裏が出たらご飯を食べることにした。ただし, 同じものが2回続いたら, その翌日はコインを投げずに別のものを食べることにした。このようにして, 5日間を過ごすとき, 次の問いに答えよ。 [立教新座高]

☐ (1) パンを4回食べる確率を求めよ。

☐ (2) 5日間の朝食のとり方は全部で何通りあるか。

☐ (3) パンを3回食べる確率を求めよ。